

Potenciação com Expoentes Inteiros

Matemática – 8º Ano

Curso completo com definições, propriedades, demonstrações, exemplos e exercícios

Objetivos de aprendizagem

Ao final deste curso, o estudante deverá ser capaz de:

- 1) compreender a potenciação como multiplicação de fatores iguais;
- 2) reconhecer base, expoente e potência;
- 3) calcular potências com expoentes naturais, zero e negativos;
- 4) compreender o significado de expoentes inteiros;
- 5) aplicar corretamente as propriedades das potências;
- 6) resolver expressões numéricas envolvendo potenciação;
- 7) trabalhar com potências de números inteiros, frações e decimais;
- 8) identificar erros comuns relacionados a sinais, parênteses e expoentes negativos;
- 9) usar potências de base 10 como preparação para notação científica.

Sumário

1	Introdução	1
2	Definição de potência	1
3	Potências com base positiva	3
4	Potências com base negativa	3
5	Expoente zero	4
6	Expoentes negativos	5
7	Potências de frações	7
7.1	Frações com expoente negativo	8

8	Potências de números decimais	9
9	Potências de base 10	11
10	Propriedades das potências	12
10.1	Produto de potências de mesma base	12
10.2	Quociente de potências de mesma base	12
10.3	Potência de potência	13
10.4	Potência de um produto	13
10.5	Potência de um quociente	13
11	Resumo das propriedades	14
12	Ordem das operações	14
13	Parênteses e sinais	15
14	Potenciação e padrões numéricos	17
14.1	Potências de 2	17
14.2	Potências de 3	18
14.3	Potências de 10	18
15	Aplicações contextualizadas	18
15.1	Crescimento populacional	18
15.2	Área	19
15.3	Volume	19
15.4	Potências de 10 em medidas	19
16	Erros comuns	20
17	Mapa conceitual	21
18	Exercícios	22
18.1	Parte A – Conceitos básicos	22
18.2	Parte B – Expoente zero e negativo	22
18.3	Parte C – Frações e decimais	22
18.4	Parte D – Propriedades	23
18.5	Parte E – Expressões numéricas	23
18.6	Parte F – Problemas	24

19 Gabarito comentado	24
19.1 Parte A	24
19.2 Parte B	25
19.3 Parte C	25
19.4 Parte D	25
19.5 Parte E	25
19.6 Parte F	26
20 Avaliação final	27
20.1 Gabarito da avaliação final	27
21 Conclusão	28

1 Introdução

A potenciação é uma operação matemática usada para representar multiplicações repetidas de um mesmo número.

Por exemplo, em vez de escrever

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2,$$

podemos escrever simplesmente

$$2^5.$$

A expressão 2^5 é lida como “dois elevado à quinta potência” ou “dois elevado a cinco”.

Observação

A potenciação aparece em várias áreas da Matemática e das Ciências. Ela é usada para representar crescimento populacional, juros compostos, áreas, volumes, escalas, potências de 10, notação científica e muitas outras situações.

Exemplo

Uma bactéria se divide em duas a cada hora. Se começarmos com uma bactéria, após algumas horas teremos:

$$1, \quad 2, \quad 4, \quad 8, \quad 16, \quad 32, \dots$$

Esses números são potências de 2:

$$1 = 2^0, \quad 2 = 2^1, \quad 4 = 2^2, \quad 8 = 2^3, \quad 16 = 2^4.$$

2 Definição de potência

Definição 2.1: Potência com expoente natural

Seja a um número real e seja n um número natural positivo. Define-se

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ fatores}},$$

isto é, a^n é o produto de n fatores iguais a a .

O número a é chamado de **base**; o número n é chamado de **expoente**; e o resultado a^n é chamado de **potência**.

Notação

Na potência

$$a^n,$$

temos:

$$\text{base} = a$$

e

$$\text{expoente} = n.$$

A diagram showing the expression a^n . A green arrow points from the word "base" to the letter a . A red arrow points from the word "expoente" to the letter n .

Exemplo

Na potência

$$5^3,$$

a base é 5, o expoente é 3, e o valor da potência é

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125.$$

Exemplo

Na potência

$$(-2)^4,$$

a base é -2 , o expoente é 4, e

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16.$$

Atenção

A potência

$$(-2)^4$$

não é igual a

$$-2^4.$$

Temos:

$$(-2)^4 = 16,$$

mas

$$-2^4 = -(2^4) = -16.$$

Os parênteses fazem diferença.

3 Potências com base positiva

Teorema 3.1: Sinal de potência com base positiva

Se $a > 0$ e $n \in \mathbb{N}$, então

$$a^n > 0.$$

Ou seja, toda potência de base positiva é positiva.

Justificativa. Se $a > 0$, então o produto de fatores positivos é positivo. Como a^n é o produto de n fatores iguais a a , temos $a^n > 0$.

Exemplo

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81.$$

$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25.$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000.$$

4 Potências com base negativa

Quando a base é negativa, o sinal da potência depende da paridade do expoente.

Definição 4.1: Número par e número ímpar

Um número inteiro é **par** quando é múltiplo de 2, isto é, quando pode ser escrito na forma

$$2k,$$

com $k \in \mathbb{Z}$.

Um número inteiro é **ímpar** quando pode ser escrito na forma

$$2k + 1,$$

com $k \in \mathbb{Z}$.

Teorema 4.1: Sinal de potência com base negativa

Se $a > 0$, então:

$$(-a)^n > 0$$

quando n é par, e

$$(-a)^n < 0$$

quando n é ímpar.

Justificativa. O produto de dois números negativos é positivo. Assim, quando há uma quantidade par de fatores negativos, eles podem ser agrupados em pares, resultando em

produto positivo. Quando há uma quantidade ímpar de fatores negativos, sobra um fator negativo, resultando em produto negativo.

Exemplo

Como o expoente 4 é par:

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81.$$

Logo:

$$\boxed{(-3)^4 = 81.}$$

Exemplo

Como o expoente 5 é ímpar:

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32.$$

Logo:

$$\boxed{(-2)^5 = -32.}$$

Notação

Para base negativa:

$$\boxed{\text{expoente par} \Rightarrow \text{resultado positivo}}$$

$$\boxed{\text{expoente ímpar} \Rightarrow \text{resultado negativo}}$$

5 Expoente zero

A definição de potência como multiplicação repetida funciona diretamente quando o expoente é positivo. Porém, na Matemática, também usamos o expoente zero.

Definição 5.1: Potência de expoente zero

Se $a \neq 0$, define-se

$$a^0 = 1.$$

Ou seja, todo número diferente de zero elevado a zero é igual a 1.

Exemplo

$$2^0 = 1.$$

$$(-7)^0 = 1.$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^0 = 1.$$

$$1000^0 = 1.$$

Atenção

A expressão

$$0^0$$

não será tratada neste curso como uma potência usual. No 8º ano, consideramos a regra $a^0 = 1$ apenas para $a \neq 0$.

Teorema 5.1: Coerência do expoente zero

A definição $a^0 = 1$, para $a \neq 0$, é coerente com a propriedade do quociente de potências de mesma base.

Justificativa. Para $a \neq 0$, temos:

$$\frac{a^3}{a^3} = 1.$$

Mas, pela propriedade do quociente de potências de mesma base:

$$\frac{a^3}{a^3} = a^{3-3} = a^0.$$

Logo, para manter a coerência das propriedades, devemos ter:

$$a^0 = 1.$$

6 Expoentes negativos

Definição 6.1: Potência com expoente negativo

Se $a \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$, define-se

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Ou seja, uma potência com expoente negativo representa o inverso da potência correspondente com expoente positivo.

Notação

A regra fundamental é:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0.$$

Exemplo

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}.$$

Logo:

$$2^{-3} = \frac{1}{8}.$$

Exemplo

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}.$$

Logo:

$$5^{-2} = \frac{1}{25}.$$

Exemplo

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0,0001.$$

Logo:

$$10^{-4} = 0,0001.$$

Atenção

Expoente negativo não significa resultado negativo.

Por exemplo:

$$2^{-3} = \frac{1}{8},$$

e não

−8.

Teorema 6.1: Coerência do expoente negativo

A definição

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

é coerente com a propriedade do quociente de potências de mesma base.

Justificativa. Para $a \neq 0$, considere:

$$\frac{a^2}{a^5}.$$

Pela propriedade do quociente, teríamos:

$$\frac{a^2}{a^5} = a^{2-5} = a^{-3}.$$

Por outro lado:

$$\frac{a^2}{a^5} = \frac{a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a^3}.$$

Logo:

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3}.$$

7 Potências de frações

Definição 7.1: Potência de uma fração

Se a, b são números reais, com $b \neq 0$, e $n \in \mathbb{N}$, então:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Exemplo

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}.$$

Exemplo

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}.$$

Como o expoente 4 é par, o resultado é positivo.

Exemplo

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = -\frac{8}{125}.$$

Como o expoente 3 é ímpar, o resultado é negativo.

7.1 Frações com expoente negativo

Teorema 7.1: Expoente negativo em fração

Se $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$, então:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

Justificativa.

Pela definição de expoente negativo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n}.$$

Como

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},$$

temos:

$$\frac{1}{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{b^n}{a^n}.$$

Portanto:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

Exemplo

Calcule:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}.$$

Resolução

Invertamos a fração e tornamos o expoente positivo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}.$$

Logo:

$$\boxed{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{4}}.$$

Exemplo

Calcule:

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}.$$

Resolução

Invertamos a fração e mantemos o sinal da base:

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} = (-4)^3.$$

Como o expoente 3 é ímpar:

$$(-4)^3 = -64.$$

Logo:

$$\boxed{\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} = -64.}$$

8 Potências de números decimais

Números decimais também podem ser elevados a potências. Em muitos casos, é conveniente transformá-los em frações.

Exemplo

Calcule:

$$0,2^3.$$

Resolução

Como

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5},$$

temos:

$$0,2^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}.$$

Na forma decimal:

$$\frac{1}{125} = 0,008.$$

Logo:

$$\boxed{0,2^3 = 0,008.}$$

Exemplo

Calcule:

$$(0,5)^{-2}.$$

Resolução

Como

$$0,5 = \frac{1}{2},$$

temos:

$$(0,5)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4.$$

Logo:

$$\boxed{(0,5)^{-2} = 4.}$$

Atenção

Quando a base é decimal, o uso de parênteses é importante.
Por exemplo:

$$(0,2)^2 = 0,04.$$

Já a expressão

$$0,2^2$$

é normalmente interpretada da mesma forma, mas em expressões maiores os parênteses evitam ambiguidades.

9 Potências de base 10

As potências de base 10 são fundamentais para compreender o sistema decimal e a notação científica.

Definição 9.1: Potência de base 10

Uma potência de base 10 é uma potência da forma

$$10^n,$$

em que $n \in \mathbb{Z}$.

Potência	Forma fracionária	Forma decimal
10^4	10000	10000
10^3	1000	1000
10^2	100	100
10^1	10	10
10^0	1	1
10^{-1}	$\frac{1}{10}$	0,1
10^{-2}	$\frac{1}{100}$	0,01
10^{-3}	$\frac{1}{1000}$	0,001
10^{-4}	$\frac{1}{10000}$	0,0001

Teorema 9.1: Potências positivas de base 10

Se $n \in \mathbb{N}$, então 10^n é o número 1 seguido de n zeros.

Exemplo

$$10^5 = 100000.$$

Teorema 9.2: Potências negativas de base 10

Se $n \in \mathbb{N}$, então

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}.$$

Na forma decimal, 10^{-n} possui n casas decimais até o algarismo 1.

Exemplo

$$10^{-5} = 0,00001.$$

10 Propriedades das potências

As propriedades das potências permitem simplificar expressões e realizar cálculos de maneira eficiente.

10.1 Produto de potências de mesma base

Teorema 10.1: Produto de potências de mesma base

Se $a \neq 0$ e $m, n \in \mathbb{Z}$, então:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Exemplo

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128.$$

Exemplo

$$5^{-2} \cdot 5^6 = 5^{-2+6} = 5^4 = 625.$$

10.2 Quociente de potências de mesma base

Teorema 10.2: Quociente de potências de mesma base

Se $a \neq 0$ e $m, n \in \mathbb{Z}$, então:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

Exemplo

$$\frac{3^7}{3^2} = 3^{7-2} = 3^5 = 243.$$

Exemplo

$$\frac{10^2}{10^5} = 10^{2-5} = 10^{-3} = 0,001.$$

10.3 Potência de potência

Teorema 10.3: Potência de potência

Se $a \neq 0$ e $m, n \in \mathbb{Z}$, então:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}.$$

Exemplo

$$(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12} = 4096.$$

Exemplo

$$(5^{-2})^3 = 5^{-6} = \frac{1}{5^6}.$$

10.4 Potência de um produto

Teorema 10.4: Potência de um produto

Se a e b são números reais e $n \in \mathbb{Z}$, com as restrições necessárias quando $n < 0$, então:

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

Exemplo

$$(2 \cdot 3)^4 = 2^4 \cdot 3^4.$$

De fato:

$$6^4 = 1296$$

e

$$2^4 \cdot 3^4 = 16 \cdot 81 = 1296.$$

10.5 Potência de um quociente

Teorema 10.5: Potência de um quociente

Se $b \neq 0$ e $n \in \mathbb{Z}$, então:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},$$

com as restrições necessárias quando $n < 0$.

Exemplo

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}.$$

Exemplo

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}.$$

11 Resumo das propriedades

Propriedade	Regra	Exemplo
Produto de mesma base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^3 \cdot 2^5 = 2^8$
Quociente de mesma base	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{5^7}{5^2} = 5^5$
Potência de potência	$(a^m)^n = a^{mn}$	$(3^2)^4 = 3^8$
Potência de produto	$(ab)^n = a^n b^n$	$(2x)^3 = 2^3 x^3$
Potência de quociente	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
Expoente zero	$a^0 = 1, a \neq 0$	$7^0 = 1$
Expoente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$2^{-3} = \frac{1}{8}$

12 Ordem das operações

Em expressões numéricas, a potenciação deve ser resolvida antes da multiplicação, divisão, adição e subtração, exceto quando houver parênteses indicando outra ordem.

Notação

A ordem usual das operações é:

- 1) parênteses;
- 2) potências e raízes;
- 3) multiplicações e divisões, da esquerda para a direita;
- 4) adições e subtrações, da esquerda para a direita.

Exemplo

Calcule:

$$3 + 2^4 \cdot 5.$$

Resolução

Primeiro resolvemos a potência:

$$2^4 = 16.$$

Depois a multiplicação:

$$16 \cdot 5 = 80.$$

Por fim, a adição:

$$3 + 80 = 83.$$

Logo:

$$\boxed{3 + 2^4 \cdot 5 = 83.}$$

Exemplo

Calcule:

$$(3 + 2)^4.$$

Resolução

Primeiro resolvemos os parênteses:

$$3 + 2 = 5.$$

Depois a potência:

$$5^4 = 625.$$

Logo:

$$\boxed{(3 + 2)^4 = 625.}$$

13 Parênteses e sinais

Uma das maiores dificuldades em potenciação é interpretar corretamente os sinais.

Atenção

As expressões

$$(-a)^n$$

e

$$-a^n$$

não significam a mesma coisa.

Exemplo

Compare:

$$(-2)^4$$

e

$$-2^4.$$

Resolução

Na primeira expressão, a base é -2 :

$$(-2)^4 = 16.$$

Na segunda expressão, apenas o 2 está elevado a 4, e o sinal negativo está fora da potência:

$$-2^4 = -(2^4) = -16.$$

Portanto:

$$\boxed{(-2)^4 = 16}$$

e

$$\boxed{-2^4 = -16.}$$

Exemplo

Compare:

$$(-3)^3$$

e

$$-3^3.$$

Resolução

Temos:

$$(-3)^3 = -27.$$

E também:

$$-3^3 = -(3^3) = -27.$$

Neste caso, os resultados são iguais, mas isso ocorre porque o expoente é ímpar.

Observação

Quando o expoente é par, os parênteses costumam mudar o resultado:

$$(-a)^{2k} > 0,$$

mas

$$-a^{2k} < 0.$$

14 Potenciação e padrões numéricos

Potências geram sequências numéricas importantes.

14.1 Potências de 2

$$2^0 = 1,$$

$$2^1 = 2,$$

$$2^2 = 4,$$

$$2^3 = 8,$$

$$2^4 = 16,$$

$$2^5 = 32.$$

Observação

As potências de 2 aparecem em informática, pois computadores trabalham com o sistema binário.

14.2 Potências de 3

$$3^0 = 1, \quad 3^1 = 3, \quad 3^2 = 9, \quad 3^3 = 27, \quad 3^4 = 81.$$

14.3 Potências de 10

$$10^0 = 1, \quad 10^1 = 10, \quad 10^2 = 100, \quad 10^3 = 1000.$$

Observação

As potências de 10 são essenciais para representar números muito grandes ou muito pequenos.

15 Aplicações contextualizadas

15.1 Crescimento populacional

Exemplo

Uma população de bactérias dobra a cada hora. Inicialmente há 500 bactérias. Quantas bactérias haverá após 6 horas?

Resolução

Dobrar a cada hora significa multiplicar por 2 a cada hora.
Após 6 horas, o fator de multiplicação é:

$$2^6.$$

Como

$$2^6 = 64,$$

temos:

$$500 \cdot 64 = 32000.$$

Logo, haverá:

$$\boxed{32000 \text{ bactérias.}}$$

15.2 Área

Exemplo

Um quadrado possui lado medindo 12 cm. Qual é sua área?

Resolução

A área de um quadrado é dada por:

$$A = l^2.$$

Como $l = 12$, temos:

$$A = 12^2 = 144.$$

Logo:

$$A = 144 \text{ cm}^2.$$

15.3 Volume

Exemplo

Um cubo possui aresta de 5 cm. Qual é seu volume?

Resolução

O volume de um cubo é dado por:

$$V = a^3.$$

Como $a = 5$, temos:

$$V = 5^3 = 125.$$

Logo:

$$V = 125 \text{ cm}^3.$$

15.4 Potências de 10 em medidas

Exemplo

Um quilômetro corresponde a 1000 metros. Escreva essa relação usando potência de 10.

Resolução

Como

$$1000 = 10^3,$$

temos:

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m.}$$

16 Erros comuns

Atenção

Erro 1: pensar que expoente negativo torna o resultado negativo.

Errado:

$$2^{-3} = -8.$$

Correto:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}.$$

Atenção

Erro 2: ignorar os parênteses.

Errado:

$$(-2)^4 = -16.$$

Correto:

$$(-2)^4 = 16.$$

Atenção

Erro 3: multiplicar expoentes no produto de potências.

Errado:

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}.$$

Correto:

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7.$$

Atenção

Erro 4: somar expoentes na potência de potência.

Errado:

$$(3^2)^5 = 3^{2+5} = 3^7.$$

Correto:

$$(3^2)^5 = 3^{2 \cdot 5} = 3^{10}.$$

Atenção

Erro 5: achar que $a^0 = 0$.

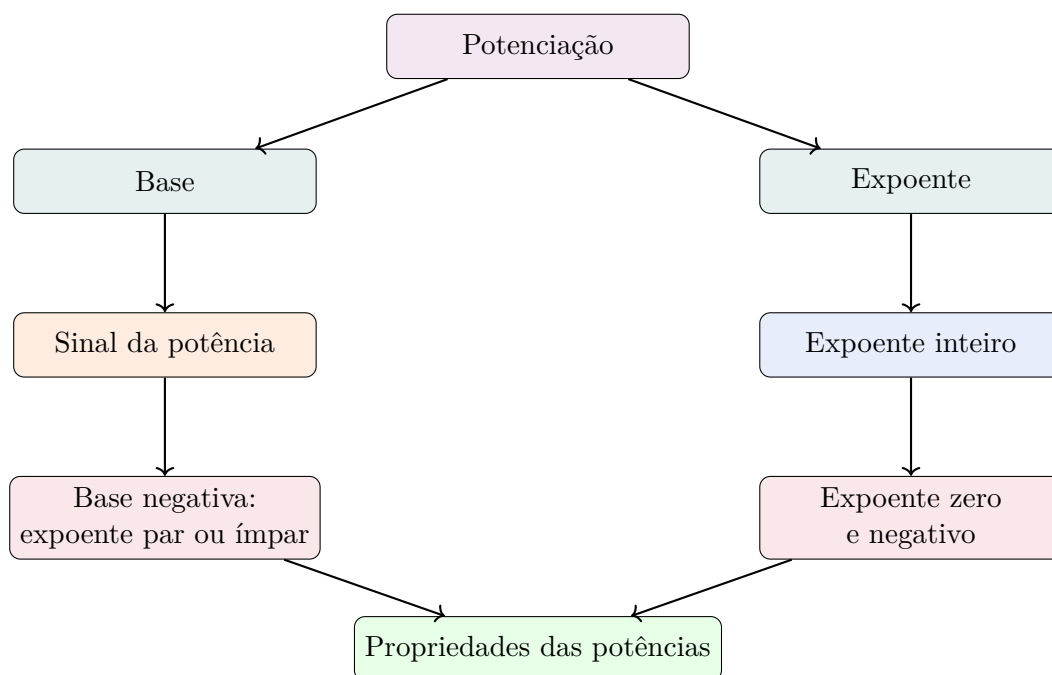
Errado:

$$8^0 = 0.$$

Correto:

$$8^0 = 1.$$

17 Mapa conceitual



18 Exercícios

18.1 Parte A – Conceitos básicos

Exercício

Em cada potência, identifique a base e o expoente.

- | | |
|-------------|---------------------------------|
| a) 7^3 | d) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ |
| b) 10^5 | e) 8^{-2} |
| c) $(-4)^2$ | f) $(-5)^{-3}$ |

Exercício

Calcule.

- | | |
|-----------|----------------|
| a) 2^5 | e) 7^0 |
| b) 3^4 | f) $(-2)^6$ |
| c) 5^3 | g) $(-3)^3$ |
| d) 10^4 | h) $(-1)^{15}$ |

18.2 Parte B – Expoente zero e negativo

Exercício

Calcule.

- | | |
|-------------|----------------|
| a) 4^0 | e) 10^{-3} |
| b) $(-9)^0$ | f) $(-2)^{-4}$ |
| c) 2^{-3} | g) $(-3)^{-2}$ |
| d) 5^{-2} | h) $(-5)^{-1}$ |

18.3 Parte C – Frações e decimais

Exercício

Calcule.

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$

f) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$

g) $(0,1)^3$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$

h) $(0,5)^{-2}$

18.4 Parte D – Propriedades

Exercício

Simplifique usando propriedades das potências.

a) $2^3 \cdot 2^5$

e) $\frac{10^3}{10^7}$

b) $7^8 \div 7^3$

f) $(2^4)^{-2}$

c) $(3^2)^4$

g) $a^3 \cdot a^5$

d) $5^{-2} \cdot 5^6$

h) $\frac{x^9}{x^4}$, com $x \neq 0$

18.5 Parte E – Expressões numéricas

Exercício

Resolva as expressões.

a) $3 + 2^4$

b) $5 \cdot 2^3 - 4$

c) $(3 + 2)^2 - 4^2$

d) $10^2 - 3^3$

e) $(-2)^4 + (-3)^2$

f) $-2^4 + (-2)^4$

g) $2^{-3} + 2^{-2}$

h) $5^0 + 3^{-1}$

18.6 Parte F – Problemas

Exercício

Uma população de bactérias dobra a cada hora. Inicialmente há 100 bactérias. Quantas haverá após 5 horas?

Exercício

Um quadrado tem lado medindo 15 cm. Calcule sua área usando potenciação.

Exercício

Um cubo tem aresta medindo 6 cm. Calcule seu volume usando potenciação.

Exercício

Escreva os números abaixo como potências de 10.

- | | |
|-----------|-------------|
| a) 100 | d) 0,01 |
| b) 1000 | e) 0,001 |
| c) 100000 | f) 0,000001 |

19 Gabarito comentado

19.1 Parte A

Resolução

- a) 7^3 : base 7, expoente 3.
- b) 10^5 : base 10, expoente 5.
- c) $(-4)^2$: base -4 , expoente 2.
- d) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$: base $\frac{2}{3}$, expoente 4.
- e) 8^{-2} : base 8, expoente -2 .
- f) $(-5)^{-3}$: base -5 , expoente -3 .

Resolução

- | | |
|-------------------|---------------------|
| a) $2^5 = 32$ | e) $7^0 = 1$ |
| b) $3^4 = 81$ | f) $(-2)^6 = 64$ |
| c) $5^3 = 125$ | g) $(-3)^3 = -27$ |
| d) $10^4 = 10000$ | h) $(-1)^{15} = -1$ |

19.2 Parte B

Resolução

a) $4^0 = 1$

e) $10^{-3} = 0,001$

b) $(-9)^0 = 1$

f) $(-2)^{-4} = \frac{1}{16}$

c) $2^{-3} = \frac{1}{8}$

g) $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$

d) $5^{-2} = \frac{1}{25}$

h) $(-5)^{-1} = -\frac{1}{5}$

19.3 Parte C

Resolução

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{4}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

f) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{5}$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$

g) $(0,1)^3 = 0,001$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

h) $(0,5)^{-2} = 4$

19.4 Parte D

Resolução

a) $2^3 \cdot 2^5 = 2^8$

e) $\frac{10^3}{10^7} = 10^{-4}$

b) $7^8 \div 7^3 = 7^5$

f) $(2^4)^{-2} = 2^{-8}$

c) $(3^2)^4 = 3^8$

g) $a^3 \cdot a^5 = a^8$

d) $5^{-2} \cdot 5^6 = 5^4$

h) $\frac{x^9}{x^4} = x^5$

19.5 Parte E

Resolução

a)

$$3 + 2^4 = 3 + 16 = 19.$$

b)

$$5 \cdot 2^3 - 4 = 5 \cdot 8 - 4 = 40 - 4 = 36.$$

c)

$$(3 + 2)^2 - 4^2 = 5^2 - 16 = 25 - 16 = 9.$$

d)

$$10^2 - 3^3 = 100 - 27 = 73.$$

e)

$$(-2)^4 + (-3)^2 = 16 + 9 = 25.$$

f)

$$-2^4 + (-2)^4 = -16 + 16 = 0.$$

g)

$$2^{-3} + 2^{-2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}.$$

h)

$$5^0 + 3^{-1} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

19.6 Parte F

Resolução

1. A população dobra por 5 horas:

$$100 \cdot 2^5 = 100 \cdot 32 = 3200.$$

Logo:

$$\boxed{3200 \text{ bactérias.}}$$

2. Área do quadrado:

$$A = 15^2 = 225.$$

Logo:

$$\boxed{225 \text{ cm}^2.}$$

3. Volume do cubo:

$$V = 6^3 = 216.$$

Logo:

$$\boxed{216 \text{ cm}^3.}$$

4. Potências de 10:

a) $100 = 10^2$

d) $0,01 = 10^{-2}$

b) $1000 = 10^3$

e) $0,001 = 10^{-3}$

c) $100000 = 10^5$

f) $0,000001 = 10^{-6}$

20 Avaliação final

Avaliação final – Potenciação com expoentes inteiros

Resolva as questões abaixo.

1. Explique o significado de 4^3 .

2. Calcule:

$$(-3)^4.$$

3. Calcule:

$$-3^4.$$

4. Calcule:

$$7^0.$$

5. Calcule:

$$2^{-5}.$$

6. Calcule:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}.$$

7. Simplifique:

$$x^4 \cdot x^7.$$

8. Simplifique:

$$\frac{a^9}{a^3}, \quad a \neq 0.$$

9. Simplifique:

$$(5^2)^3.$$

10. Uma população triplica a cada hora. Inicialmente há 20 organismos. Quantos haverá após 4 horas?

20.1 Gabarito da avaliação final

Resolução

1.

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4.$$

Portanto:

$$4^3 = 64.$$

2.

$$(-3)^4 = 81.$$

3.

$$-3^4 = -(3^4) = -81.$$

4.

$$7^0 = 1.$$

5.

$$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}.$$

6.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}.$$

7.

$$x^4 \cdot x^7 = x^{11}.$$

8.

$$\frac{a^9}{a^3} = a^{9-3} = a^6.$$

9.

$$(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6.$$

10. A população triplica a cada hora, então o fator após 4 horas é:

$$3^4 = 81.$$

Logo:

$$20 \cdot 81 = 1620.$$

Portanto:

1620 organismos.

21 Conclusão

A potenciação com expoentes inteiros amplia a ideia inicial de potência como multiplicação repetida. Além dos expoentes positivos, passamos a trabalhar também com expoente zero e expoentes negativos.

As ideias centrais deste curso são:

- 1) a^n representa uma multiplicação repetida quando $n > 0$;
- 2) $a^0 = 1$, para $a \neq 0$;
- 3) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, para $a \neq 0$;
- 4) bases negativas exigem atenção ao uso dos parênteses;

- 5) as propriedades das potências permitem simplificar expressões;
- 6) potências de base 10 são fundamentais para a notação científica.

Notação

Resumo final:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^0 = 1, \quad a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0$$

Fim do curso